

一、项目名称：半环代数理论的若干研究

二、主要完成人情况：

排 名	姓 名	职 务	职 称	工作单 位	完成单 位	对本项目主要学术和技术创造性 贡献
1	赵宪钟	无	教授	西北大学	西北大学	项目的主要负责人。利用格林关系，引进了 70 余类幂等元半环类，证明了它们都是簇，并确定了它们的定义恒等式。证明了幂等元 AI-半环簇的子簇格是含有 78 个元素的分配格；发现了这个半环簇的每一个子簇都是有限基底的，且可由有限个有限阶的全序幂等元半群生成。
2	邵勇	副院长	教授	西北大学	西北大学	协助项目的开展工作。研究了半环的两个半群导出之间的内在联系，回答了一些 AI-半环的 Zeleznikow 问题；引入了 M-矩形可分半环，研究了这些半环的分配格和次直积。
3	任苗苗	无	讲师	西北大学	西北大学	协助项目的开展工作。给出了自 Burnside AI-半环的模型；对满足恒等式 $x^3=x$ 和 $xy=yx$ 的 AI-半环簇进行了分类，证明了这些簇都是有限基底的。
4	陈益智	副院长	副教授	惠州学院	惠州学院	协助项目的开展工作。研究了分配格上矩阵的指标和周期、指标的计算方法；解决了布尔代数上矩阵的一些线性保持问题；探讨了非负上三角矩阵半群的分解问题，部分地回答了相关文献的一些公开问题。
5	田径	无	讲师	西安外国语大学	西安外国语大学	协助项目的开展工作。研究了交换异步自动机和含幺型自动机的代数特征，给出了这些自动机的代数特征和表示定理。所得结果推广了著名的理论计算机科学专家 Ito 的工作。

三、完成人合作关系说明：

赵宪钟和邵勇在 2005.09 至 2016.06 之间合作撰写一篇论文，见主要论著 15；赵宪钟和陈益智在 2008.09 至 2016.06 之间合作撰写三篇论文，见主要论著 12, 14, 17；赵宪钟和田径在 2007.09 至 2016.06 之间合作撰写两篇论文，见主要论著 13, 18；赵宪钟和任苗苗在 2012.09 至 2016.06 之间合作撰写两篇论文，见主要论著 19, 20。

#### 四、主要完成单位排序及贡献：

排序	单位名称	主要贡献
第一完成单位	西北大学	在承担和完成该项目的过程中，学校指导该项目的立项工作，并为该项目的研究人员提供了很好的工作条件，例如，为该项目的研究配备专门的办公室和先进的实验仪器设备，为项目负责人配备工作助手。在研究期间遇到困难和问题时，学校给予了很大的帮助，为研究工作的顺利展开提供了方便。学校还在研究经费上给予了该项目大力支持，并定期检查项目的进展和完成情况，不断地监督和指导，保证项目地顺利进行。
第二完成单位	惠州学院	在承担和完成该项目的过程中，学校为研究人员陈益智提供了很好的工作条件，为研究工作的顺利展开提供了方便。学校还在研究经费上给予了陈益智大力支持，推荐其申请获得2015年广东省自然科学基金项目及2015年广东高校优秀青年教师培养计划项目，共获得40万资助。
第三完成单位	西安外国语大学	在承担和完成该项目的过程中，学校参与该项目的立项工作，并为该项目的研究人员提供了很好的工作条件，例如，为该项目的研究创造良好的办公条件，提供计算机和耗材以及必要的办公用品。在研究期间遇到困难和问时，学校给予了很大的帮助，为研究工作的顺利展开提供了方便。学校还定期检查项目的进展和完成情况，不断地监督和指导，保证项目地顺利进行。

#### 五、完成单位合作关系说明：

该项目是由西北大学，惠州学院和西安外国语大学在2002.01.01至2016.06.01期间合作完成的。合作内容主要为半环簇，矩阵半环和自动机理论。期间，西北大学主要负责半环簇的研究，惠州学院主要负责矩阵半环的研究，西安外国语大学主要负责自动机理论的研究。

#### 六、项目简介：

本项目属基础研究类。项目组长期从事基础数学的教学与研究。近20余年来，由于半环的代数理论在数学的内外部有做广泛的应用，它在全球范围内受到了高度的重视与积极的研究。我们紧跟国际研究

趋势，选择了半环代数理论这一代数学的重要分支作为自己的研究课题。10余年来，在多项国家级和省部级计划基金项目资助的基础上，在与美国的 Pastijn F、印度的 Sen MK、香港的 Shum KP、我国的郭聿琦和韩国的 Jun BY 等国际同行合作研究的期间，项目组成员成功地将半群与泛代数的方法引入到了半环的研究领域之中。我们获得了一系列创新的结果，完成了本项目--《半环代数理论的若干研究》。本项目主要从以下几方面展开了研究。

1. 本世纪初，我们率先对幂等元半环展开了深入系统的研究，给出了幂等元 AI-半环簇中的自由对象的模型；证明了这个簇中的每一个成员的乘法半群都是正则幂等元半群；表明了对应于 13 个正则幂等元半群簇，可得 13 不同的幂等元 AI-半环簇。我们也描述了由这 13 个幂等元 AI-半环簇生成的半环簇的子簇格和给出了它们的自由对象的模型。在上述工作的基础上，我们在文献中证明了幂等元 AI-半环簇的子簇格是分配的和确切含有 78 个元素；发现了这个半环簇的每一个子簇都是有限基底的。这就回答了关于这些半环簇的 Tarski 有限基底问题。我们也展开了半环的两个半群导出之间的内在联系的研究，回答了关于 AI-半环的 Zeleznikow 问题。

2. 瞄准信息科学与计算机科学中一些实际问题，我们研究了半环上的形式幂级数半环和矩阵半环。

我们引入并研究了  $*-\mu$ -半环和  $*-\lambda$ -半环，给出了它们的若干性质；证明了系数取自弱归纳  $*$ -半环上的定量语言的全体在形式幂级数的加法、乘法及星号运算下仍然形成弱归纳  $*$ -半环，从而回答了

Ésik 和 Kuich 提出的公开问题。另一方面，我们研究了局部闭半环，证明了局部闭半环上的阶方阵的全体在矩阵的加法、乘法和星号运算下仍然形成局部闭半环。这就推广了 Ésik 和 Kuich 的有关结果。

我们对几类幂等元半环上的矩阵（它们包含了信息科学中的模糊矩阵）进行了研究，探讨了分配格上矩阵的周期、指标的计算方法，进而对布尔代数上矩阵的线性保持问题进行研究。

3. 借助在半环代数理论内的工作，我们对剩余格进行了研究，给出了一些剩余格的性质、特征和结构性定理；我们引入并研究了几类自动机，给出了它们的代数特征与表示定理。这就推广了日本专家 Ito 的相关工作。

本项目的研究进一步丰富了半环代数理论及其应用。所获结果被许多研究者直接或间接地应用到其它相关课题的研究之中。本项目主要成果共 20 篇论文，我们的关于半环簇，矩阵半环及自动机的工作受到国际同行的高度重视与好评，被推荐发表在 SCI 源期刊上，以论文的形式公开发表。

七、主要论文专著目录：

序号	论文专著名称	刊名	作者	影响因子	年卷页码 (xx年 xx卷 xx页)	发表时间	通讯作者	第一作者	国内作者	SCI他引次数	他引总次数	知识产权是否归国内所有	对应附件编号
1	Idempotent semirings with a commutative addition	Semigroup Forum	Zhao X.Z.	0.526	(2002)64(2), 289-296	2002-03-12	Zhao X.Z	Zhao X.Z	赵宪钟	6	6	是	2-1-1
2	D-subvarieties of the variety of idempotent semirings	Algebra Colloquium	Zhao X.Z., Guo Y.Q., Shum K.P.	0.298	(2002)9(1), 15-28	2002-03-12	Zhao X.Z	Zhao X.Z	赵宪钟, 郭聿琦, 岑嘉评	2	2	是	2-1-2
3	Sturdy frames of type (2, 2) algebras and their applications to semirings	Fund. Math.	Zhao X.Z., Guo Y.Q., Shum K.P.	0.441	(2003)179(1), 69-81	2003-03-12	Zhao X.Z	Zhao X.Z	赵宪钟, 郭聿琦, 岑嘉评	0	0	是	2-1-3
4	Varieties generated by ordered bands I	Order	Ghosh S., Pastijn F., Zhao X.Z.	0.621	(2005)22, 109-128	2005-09-12	Pastijn F.	Ghosh S.	赵宪钟	5	5	是	2-1-4

5	Varieties of idempotent semirings with commutative addition	Algebra Universalis	Pstijn F., Zhao X.Z.	0.625	(2005)54, 301-321	2005-05-03	Pastijn F.	Pastijn F.	赵宪钟	4	4	是	2-1-5
6	Locally closed semirings and iteration semirings	Monatsh. Math.	Zhao X.Z.	0.647	(2005)14, 157-167	2004-08-26	Zhao X.Z.	Zhao X.Z.	赵宪钟	0	0	是	2-1-6
7	*- $\mu$ -semirings and *- $\lambda$ -semirings	Theoretical Computer Science	Feng F., Zhao X.Z., Jun Y.B.	0.657	(2005)34, 423-431	2005-08-07	Zhao X.Z.	Feng F.	冯锋, 赵宪钟	6	6	是	2-1-7
8	The semiring of matrices over a finite chain	Information Sciences	Zhao X.Z., Jun Y.B., Ren F.	4.078	(2008)17, 3443-345	2008-03-03	Zhao X.Z.	Zhao X.Z.	赵宪钟, 任芳	1	1	是	2-1-8
9	Conical residuated lattice-ordered idempotent monoids	Semigroup Forum	Chen W., Zhao X.Z., Guo X.J.	0.372	(2009)79(2), 244-278	2009-07-07	Chen W.	Chen W.	陈伟, 赵宪钟	0	0	是	2-1-9
10	The structure of idempotent residuated chains	Czechoslov. Math. J.	Chen W., Zhao X.Z.	0.312	(2009)59, 453-479	2009-04-01	Chen W.	Chen W.	陈伟, 赵宪钟	1	1	是	2-1-10
11	A new construction for regular semigroups with quasi-ideal orthodox	J. Aust. Math. Soc.	Kong X.J., Zhao X.Z.	0.144	(2009)86, 177-187	2007-12-12	Kong X.J.	Kong X.J.	孔祥军, 赵宪钟	1	1	是	2-1-11
12	On $n \times n$ matrices over a finite distributive lattice	Linear Multilinear Alg.	Chen Y.Z., Zhao X.Z., Yang L.	0.833	(2012)60, 131-147	2011-03-20	Zhao X.Z.	Chen Y.Z.	陈益智, 赵宪钟, 杨琳	2	2	是	2-1-12
13	Representations of commutative asynchronous automata	J. Comput. System Sci.	Tian J., Zhao X.Z.	1.466	(2012)78, 504-516	2012-03-01	Zhao X.Z.	Tian J.	田径, 赵宪钟	0	0	是	2-1-13

14	On linear operators strongly preserving invariants of Boolean matrices	Czechoslov. Math. J.	Chen Y.Z., Zhao X.Z.	0.312	(2012)62, 169-186	2012-03-02	Chen Y.Z.	Chen Y.Z.	陈益智, 赵宪钟	2	2	是	2-1-14
15	Distributive lattice of M-rectangular divided semirings	Algebra Colloquium	Shao Y., Zhao X.Z.	0.298	(2013)20(2), 243-250	2011-05-09	Zhao X.Z.	Shao Y.	邵勇, 赵宪钟	0	0	是	2-1-15
16	The Zeleznikow problem on a class of additively idempotent semirings	J. Aust. Math. Soc.	Shao Y., Crvenković S., Mitrović M. Melanija M.	0.414	(2013)95(3), 404-420	2013-12-04	Melanija M.	Shao Y.	邵勇	0	0	是	2-1-16
17	On several classes of additively non-regular C-semirings	Publ. Math. Debrecen	Chen Y.Z., Zhao X.Z., Guo X.J.	0.457	(2013)83(4), 517-536	2013-05-09	Chen Y.Z.	Chen Y.Z.	陈益智, 赵宪钟	0	0	是	2-1-17
18	Monoid-matrix type automata	Theoretical Computer Science	Xu H., Tian J., Zhao X.Z.	0.666	(2014)520, 1-10	2013-08-07	Zhao X.Z.	Xu H.	徐慧, 田径, 赵宪钟	1	1	是	2-1-18
19	On free Burnside ai-semirings	Semigroup Forum	Ren M.M., Zhao X.Z.	0.526	(2015)90:174 - 183	2014-05-15	Zhao X.Z.	Ren M.M.	任苗苗, 赵宪钟	0	0	是	2-1-19
20	The varieties of semilattice-ordered semigroups satisfying $x^3 \approx x$ and $xy \approx yx$	Periodica Mathematica Hungarica	Ren M.M., Zhao X.Z.	0.415	(2016)72:158 - 170	2016-06-01	Zhao X.Z.	Ren M.M.	任苗苗, 赵宪钟	0	0	是	2-1-20
合 计										31	31		

## 八、客观评价：

(1) 关于主要论文专著 1 《Idempotent semirings with a commutative additive addition》。论文《On varieties of semilattice-ordered semigroup》在论文 1 的基础上引入了半群的  $n$ -闭子集的概念，从而给出由恒等式确定的 AI-半环簇。从而推广了专著 1 的相关结论；论文《Closure operators on algebras》和《The lattice of subvarieties of semilattice ordered algebras》受到论文 1 的启发，研究了一般的半格序代数作成的簇，通入引入扩张幂代数，给出了这个簇的子簇格的刻画；论文《Congruence openings of additive Green's relations on a semiring》引用了论文 1，引入并刻画了半环的格林关系的开同余。

(2) 关于主要论文专著 2 《D-subvarieties of the variety of idempotent semirings》。论文《Weak commutativity in idempotent semirings》引用了论文 2，研究弱交换恒等式确定的幂等元半环簇的子簇格，证明了这个格有 662 个元素，给出了这个的一个次直积分解；Udo Hebisch 在“MR1883424”中公开评论了论文 2。

(3) 关于主要论文专著 7 《 $*-\mu$ -semirings and  $*-\lambda$ -semirings》。论文《Characterizations of  $h$ -intra and  $h$ -quasi-hemiregular hemirings》在论文 7 的基础上引入了 hemirings 的  $h$ -双理想，并对模糊  $h$ -双理想给出一些刻画；德国数学家 Udo Hebisch 在“MR2185729”中公开评论了论文 7。

(4) 关于主要论文专著 8 《The semiring of matrices over a finite chain》。论文《Invertible matrices and semilinear spaces over commutative semirings》引用了论文 8，研究了交换半环上的可逆矩阵和半线性空间，给出了这种矩阵可逆的充分必要条件，以及半线性空间的维数公式。

(5) 关于主要论文专著 12 《On matrices over a finite distributive lattice》。论文《Structure of the rational monoid algebra for Boolean matrices of order 3》在论文 12 的基础上研究了三阶布尔矩阵的有理含幺代数的结构，并提出了论文 5 的一些结果相关的公开问题。

(6) 关于主要论文专著 13 《Representations of commutative asynchronous automata》。数学家 Ronald E. Prather 在“MR2881344”中公开评论了论文 13：“The representations (isomorphisms) are established within a class of CAAs whose states form an ideal in a finite commutative idempotent monoid. Well researched and clearly presented, the article provides numerous helpful examples and a comprehensive list of references.”

(7) 关于主要论文专著 16 《The Zeleznikow problem on a class of additively idempotent semirings》。数学家 Jens Zumbregel 在“MR3164511”中公开评论了论文 16: “The paper provides very detailed proofs of its technically involved results.”

(8)关于主要论文专著 17 《On several classes of additively non-regular C-semirings》。数学家 Sudipta Purkait 在“MR3150825”中公开评论了论文 17: “They obtain some fascinating characterizations and also some interesting properties for these different types of C-semirings.”

## 九、推广应用情况：

### 1. 应用情况

半环的代数理论在数学的内外部有着广泛的应用，它在全球范围内受到了众多数学家和理论计算机科学专家的高度重视与积极的研究，它现已成为代数学中的重要研究领域之一。本项目的研究就属于这一研究领域，其主要成果都发表在SCI源期刊上，也有一些成果曾在国内外学术会议上报告过。我们的工作得到了国内外同行的高度关注，并获得了好评。一些研究者直接或间接地把我们的成果应用到他们的有关课题的研究之中。

本项目的实施加大了我们与美国的 Pastijn 教授、俄罗斯的 Volkov 教授、塞尔维亚的 Crvenković、印度的 Sen 教授、韩国的 Jun 教授和国内知名代数学者郭聿琦教授等学者的交流与合作研究。在研究过程中，我们培养了 30 名硕士研究生和 8 名博士生，也培养了我国一批在该领域内的研究队伍。还获得了多项国家级与省部级项目的资助。本项目的实施扩大了西北大学在国内外的影响，为西北大学挣得了荣誉。

### **Confirmation Letter**

I am Ghosh S. and am a full time teacher at Department of Mathematics, Jadavpur University, India. I have cooperated with Zhao X.Z. and published the following paper:

[1] Ghosh S., Pastijn F., Zhao X.Z.. Varieties generated by ordered bands I. Order , (2005)22, 109-128. (SCI)

I agree that Zhao X.Z. et al. will use this paper as a part of the report results to apply for science and technology awards in 2018, Shaan'xi Province. I have no objection that I will not be the principal person of this award.

Signature: *Ghosh S.*

2018.03.11

## Confirmation Letter

I am Pastijn F. and am a full time teacher at Department of Mathematics, Statistics, and Computer Science, Marquette University, USA. I have cooperated with Zhao X.Z. and published the following papers:

[1] Ghosh S., Pastijn F., Zhao X.Z.. Varieties generated by ordered bands I. Order, (2005)22, 109-128. (SCI)

[2] Pastijn F., Zhao X.Z.. Varieties of idempotent semirings with commutative addition. Algebra Univers., (2005)54, 301-321. (SCI)

I agree that Zhao X.Z. et al. will use these papers as a part of the report results to apply for science and technology awards in 2018, Shaan'xi Province. I have no objection that I will not be the principal person of this award.

Signature: *Pastijn F.*  
2018.03.11

# 申报 2018 年陕西省科学技术奖 知情同意证明

陕西省科技厅：

西北大学赵宪钟老师主持申报的项目（半环代数理论的若干研究），拟申报 2018 年度陕西省科学技术奖，报奖成果 20 篇论文（专著）中，有 1 篇本人为第一作者，本人同意该论文用于本次奖励申报工作，且本人不作为本次申报奖励的主要完成人，没有异议。

特此证明。

附：（本人为第一作者的论文）

1. 冯锋，赵宪钟.  $*-\mu$ -semirings and  $*-\lambda$ -semirings. Theoretical Computer Science, (2005)347, 423-431. (SCI 检索)

签名：



2018 年 3 月 11 日

# 申报 2018 年陕西省科学技术奖 知情同意证明

陕西省科技厅：

西北大学赵宪钟老师主持申报的项目（半环代数理论的若干研究），拟申报 2018 年度陕西省科学技术奖，报奖成果 20 篇论文（专著）中，有 2 篇本人为第一作者，本人同意该论文用于本次奖励申报工作，且本人不作为本次申报奖励的主要完成人，没有异议。

特此证明。

附：（本人为第一作者的论文）

1. 陈伟，赵宪钟. Conical residuated lattice-ordered idempotent monoids. Semigroup Forum, (2009)79, 244-278. (SCI 检索)
2. 陈伟，赵宪钟, The structure of idempotent residuated chains. Czechoslov. Math. J., (2009) 59, 453-479. (SCI 检索)

签名：陈伟

2018 年 3 月 11 日

# 申报 2018 年陕西省科学技术奖 知情同意证明

陕西省科技厅：

西北大学赵宪钟老师主持申报的项目（半环代数理论的若干研究），拟申报 2018 年度陕西省科学技术奖，报奖成果 20 篇论文（专著）中，有 1 篇本人为第一作者，本人同意该论文用于本次奖励申报工作，且本人不作为本次申报奖励的主要完成人，没有异议。

特此证明。

附：（本人为第一作者的论文）

1. 孔祥军，赵宪钟. A new construction for regular semigroups with quasi-ideal orthodox transversals. *J. Aust. Math. Soc.*, **2009**, 86 (2), 177-187. (SCI 检索)

签名：孔祥军

2018 年 3 月 11 日

## Confirmation Letter

I am Mitrović M. and am a full time teacher at Faculty of Mechanical Engineering, University of Niš, Serbia. I have cooperated with Shao Y. and published the following paper:

[1] Shao Y., Crvenković S., Mitrović M.. The Zeleznikow problem on a class of additively idempotent semirings. J. Aust. Math. Soc., (2013)95(3), 404-420. (SCI)

I agree that Zhao Shao Y. will use this paper as a part of the report results to apply for science and technology awards in 2018, Shaan'xi Province. I have no objection that I will not be the principal person of this award.

Signature: Mitrović M.

2018.03.11

# 申报 2018 年陕西省科学技术奖 知情同意证明

陕西省科技厅：

西北大学赵宪钟老师主持申报的项目（半环代数理论的若干研究），拟申报 2018 年度陕西省科学技术奖，报奖成果 20 篇论文（专著）中，有 1 篇本人为第一作者，本人同意该论文用于本次奖励申报工作，且本人不作为本次申报奖励的主要完成人，没有异议。

特此证明。

附：（本人为第一作者的论文）

1. 徐慧，田径，赵宪钟. Monoid-matrix type automata. Theoretical Computer Science, 2014, 520, 1-10. (SCI 检索)

签名：徐慧

2018 年 3 月 11 日